УДК 577.4.001.57

А. М. Молчанов

О МОДЕЛИРОВАНИИ ЛАНДШАФТОВ В КРИТИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ

(Методологический аспект)

Математическое моделирование в точном естествознании является одним из основных методов исследования. Однако в биологии или экологии стандартные математические приемы наталкиваются на серьезные трудности, и эти трудности только возрастают при изучении ландшафтов из-за необходимости совместного изучения физических, геологических и биологических составляющих этой сложной системы.

Сейчас делаются, по существу, только первые робкие шаги на этом трудном, но неизбежном и перспективном пути математического моделирования ландшафтов. Самое главное и самое трудное — правильный выбор объекта, правильная постановка задачи. По счастью, с методологической точки зрения дело начинается не с нуля, не на пустом месте. Можно и нужно учесть богатый опыт взаимодействия математики с биологией. Это тем более необходимо, что речь идет фактически о тройственном взаимодействии: математика, биология и вычислительная техника.

Немного истории

В нашей стране уже довольно давно ведутся работы в этом направлении. Известны основополагающие работы А. А. Ляпунова, в основном по генетико-популяционным моделям. Очень интересны пионерские работы В. В. Меншуткина по экологическим системам, выполненные, кстати, на дальневосточном материале.

Научная деятельность А. А. Ляпунова всегда тесно была связана с научно-организационной деятельностью. В результате его активности создана секция математического моделирования в Совете по проблемам биосферы. Необходимо было биологов учить математике. Для этого предлагалось созывать ежегодно школу по математическому моделированию. А дальше произошла чрезвычайно любопытная эволюция. Началось, как сказано выше, с мысли, что нужно биологов обучить математике. Но довольно

Проблемы рационального природопользования и контроля
качества природной среды Севера Сибири. Якутск, 1979.

быстро выяснилось, что в этих школах математиков следует учить математике, так как узкой специальности, с которой приходили математики в биологию, не хватало. Нужна была широта взглядов. Нужно было широкое профессиональное владение математикой. Чуть позже выяснилось, что и биологам надо при моделировании выходить из рамок своей узкой специальности, потому что необходимы «окрестные» знания.

Вся эта эволюция поучительна, важна и приводит к следующему выводу: чрезвычайно велика трудность и сложность работы по математическому моделированию биологических объектов. Эта тема многообразна. В данной статье автор ограничивается конспективным анализом всего лишь трех вопросов.

«Проклятие размерности»

Ясно, что нужно очень «насолить» людям, чтобы получить столь выразительное профессиональное название: «проклятие размерности». Иными словами, число переменных, число фактов, которое нужно учитывать при моделировании (так, по крайней мере, кажется на первый взгляд), грандиозно. Полезно привести тривиальный пример. Для одной из простейших молекул, для кольца бензола, можно написать точную математическую модель. Она написана — это уравнение Шредингера. Для того чтобы сделать один-единственный шаг (имеется в виду счет прямым методом) при счете этой модели, требуется времени больше, чем все время существования нашей планеты. И это при условии, что вычислительные машины будут работать вовсе не с той скоростью, с какой они сейчас работают, а много-много быстрее. Максимальные скорости сейчас порядка 10^9 операций в секунду. И если ЭВМ будут «выдавать» 10^{18} (сейчас непонятно, как к таким скоростям даже подходить), то и таких скоростей все равно не хватит. Значит, «лобовое» решение — есть точная модель, берем ЭВМ, считаем и получаем результат — такое решение не проходит: слишком грандиозны времена счета.

Существенная нелинейность

Возьмем элементарный, учебный пример, причем очень скромный — «всего лишь» сорок уравнений (сейчас нередко рассматривают и по двести (!) уравнений):

$$\frac{dx_1}{dt} = x_1 + 2x_2 ;$$

$$\frac{dx_2}{dt} = -x_2 + 2x_3 ;$$

$$\frac{dx_{39}}{dt} = -x_{39} + 2x_{40} ;$$

$$\frac{dx_{40}}{dt} = \varepsilon x_1 - x_{40} .$$

Первые тридцать девять уравнений аналогичны. Только последнее, сороковое, как бы «замыкает круг» и содержит первое переменное (x_1) с коэффициентом ε, традиционно употребляемым в математике для обозначения малых величин, малых параметров. Эта система устойчива, если $\varepsilon = 0$. Все сорок переменных стремятся к нулю.

Достаточно, однако, параметру ε вырасти от нуля до совершенно ничтожной величины $\varepsilon = 10^{-5}$, как система «опрокидывается» — становится неустойчивой.

А в реальных задачах коэффициенты известны нередко только по порядку величины.

Совершенно аналогичная резкость поведения наблюдается и при изменении самих переменных — характерное свойство нелинейных систем. Яркий пример использования этого важного свойства дают работы И. А. Полетаева и его группы в Новосибирске. Их модели описывают скачкообразное (разрывное) переключение биологических механизмов на границах исчерпания одних ресурсов и перехода на другие ресурсы — принцип Либиха. Оказывается, что внутри областей поведение систем допускает хорошую аппроксимацию линейными уравнениями.

Таким образом, вся нелинейность оказывается как бы «сосредоточенной» на линиях, а линейность «размазана» в областях. Этот прием идейно похож на простой, но глубокий физиологический принцип «все или ничего», который означает, что организм (или же биологическая система) не включает более сложный (и дорогостоящий) уровень адаптации, пока возможно обходиться низшим, а уж если вынужден включать, то включает его на полную мощность. Такой «ступенчатый» механизм включения хорошо описывает многие важные явления.

Эффект трехмерности

Еще одно замечательное обстоятельство обнаружилось совсем недавно. Полезно знать кодовые слова, употребляемые профессионалами: «странный аттрактор», квазислучайное поведение.

В механике эти явления были давно известны. Но казалось, что биология-то устоит перед этим неприятным поведением. Нет, не устояла. Причем сейчас обрушилась буквально лавина работ в этом направлении. Приоритет принадлежит сибирским и дальневосточным ученым, ибо именно здесь в экологической ситуации А. П. Шапиро довольно давно разбирал аналогичное поведение (правда, в дискретном варианте). Видимо, надо (даже при резком недостатке кадров математиков, работающих в биологии) часть научной молодежи ориентировать на это направление.

Всерьез это явление пошло с работ Лоренца, который занимался метеорологическими вычислениями и решил упростить задачу: вместо сложной системы уравнений в частных производных написал модельную аппроксимирующую систему всего трех уравнений. В них был лишь один нелинейный член. В этом смысле оно даже проще знаменитой системы Вольтерра, где два нелинейных члена. Но система Вольтерра на плоскости, а система Лоренца в пространстве — именно это было решающим. Оказалось, что система ведет себя следующим образом. Она слабо колеблется вблизи какого-то одного уровня (условно назовем его «нулем»), потом вдруг перескакивает довольно быстро на другой уровень (скажем, «единица») и некоторое время около единицы осциллирует, потом снова сваливается на нулевой уровень, некоторое время проводит вблизи нуля и возвращается к единице.

Сейчас уже можно строить сколь угодно хитрые системы такого рода. Можно наугад назвать хоть двадцать уровней и построить систему, которая будет с любыми частотами ходить от одного к другому. Все это изучается сейчас.

Однако самое важное — психологический перелом. Очень долго (больше ста лет) в биологических приложениях рассматривались только одномерные системы, и образовалось устойчивое убеждение, переросшее в предрассудок, что стационарный режим — это постоянство, равновесие, неизменность.

Затем (не без воздействия физики и химии) перешли к двумерным системам и поняли, что устойчивые периодические колебания (предельный цикл) — это полноценный стационарный режим. Обнаружили инварианты — постоянство частоты и амплитуды, что, казалось бы, обещало успех. Но и в этом случае придется пересмотреть такой глубокий и серьезный предрассудок, как противопоставление детерминизма и стохастики.

Со времен Лапласа обыкновенные дифференциальные уравнения считались символом детерминизма (даже с оттенком неодобрения и укора — «лапласовский детерминизм»). И вот именно эти системы обнаруживают (всего лишь при переходе от двух уравнений к трем) странное поведение, визуально неотличимое от случайного,— квазислучайное поведение.

Поэтому термин «странное» говорит о необходимости отказа от привычных, «плоских» (в буквальном смысле этого слова) представлений.

Это значит, что математика нужна здесь всерьез. Более того, математику (настоящую, современную математику) придется развивать синхронно с биологическими задачами, ибо хорошего алгоритма пока еще не существует, хотя понимание (добытое на трудных механических задачах) в принципе уже есть.

Возможности упрощения

Имеется возможность не ждать, пока пройдет все время существования Солнечной системы, для того чтобы сосчитать одну молекулу, в том числе ведущую себя таким вот «странным» образом. Опыт моделирования показал, что суть дела именно в том, чтобы совместными усилиями биологов, математиков и программистов высокого класса подобрать правильный класс объектов. Далеко не все системы нужно и можно всерьез моделировать. Тем ценнее и важнее становятся моделируемые системы. И это совершенно не формальная, содержательная и очень трудная задача.

Накопленный опыт моделирования не сводится только к разочарованиям. Имеются обстоятельства, позволяющие надеяться на серьезную помощь математиков биологам, причем именно для северных экосистем.

Можно сформулировать следующие четыре смягчающих обстоятельства. Это, во-первых, существование треугольных систем, во-вторых, экстремальные состояния, в-третьих, эргодичность и, в-четвертых, полезные динамические аналогии.

Треугольные системы

Есть многие ситуации, где из большого числа переменных ведущими будут геологические факторы, значительно более простые, чем комбинации всех экологических условий. Это позволяет сначала моделировать одну только геологию, а биологию считать надстройкой. Дело совсем не обстоит так просто, что геология всегда является ведущей. Рачок эпишура, например, фильтрует три объема Байкала за год. Значит, уже в гидродинамике этот рачок вмешивается в ту стадию, которая для моделеров представляется гидрологической. А есть рачки, которые 50 раз в год фильтруют сквозь себя такой объем воды. К слову сказать, это типичный диапазон условий — более порядка — от коэффициента 3 до коэффициента 50.

Общим тем не менее является одно определяющее свойство — существование простой ведущей системы (один раз геологической, другой раз биологической), которую остальные, более тонкие, экологические компоненты лишь слабо возмущают. Напрашивается (математически, динамически вполне содержательная) аналогия с поведением планетной системы — Солнце определяет движение каждой планеты, а их взаимодействие слабо изменяет это главное движение.

В математике хорошо развит метод решения таких задач — теория возмущений.

Экстремальные состояния

Наибольшее значение для моделирования имеет идея экстремальных состояний. Пусть имеется система, которая допускает моделирование, то есть у нее есть математическая модель. Если эта система оказывается в состоянии, близком к потере устойчивости, то вблизи этих состояний ее поведение чрезвычайно упрощается. Во многих случаях оказывается достаточно одного, двух, максимум трех переменных для того, чтобы в этой ответственнейшей зоне, где происходит, так сказать, смена режимов, описать ее поведение достаточно точно.

Необходимо упомянуть о хорошо известной «ранимости» северных систем. Слово «ранимость» является психологическим выражением понятия «экстремальные ситуации». Имеются поэтому серьезные основания считать северные системы «хорошо моделируемыми». Трудно сказать более определенно, но есть основания над такими системами серьезно поработать.

Эргодичность

После лесного пожара гарь быстро зарастает травой, потом медленнее — кустарником и еще медленнее — деревьями. Это последовательные, временные стадии процесса («сукцессионный ряд»). Однако когда установится динамическое равновесие («климакс-ассоциация»), в ней будут все те же ячейки — трава, кустарники, деревья,— но уже в пространстве. Более того, быстрым стадиям соответствуют малые площади, медленным — большие. Иными словами, динамическое равновесие «развертывает» в пространстве временные стадии переходного процесса. В сильно упрощенных (механических) системах пространственные и временные средние просто равны — это и есть свойство эргодичности.

В более сложных системах, где надо «увидеть за деревьями лес», «эргодический ход мысли» подсказывает принципиальное значение быстрых стадий — они могут занимать ничтожный объем в квазиравновесном сообществе, но удар по ним губит всю экосистему.

Полезные динамические аналогии

В математическом естествознании имеется один прием, который заслуживает серьезного внимания. Это перенос модели, одной и той же математической модели на разные уровни структурной организации материи. Например, понятие предельного цикла, очень важное для теории колебаний, возникло в небесной механике. Его сформулировал Пуанкаре. Очень быстро оно сработало: в электронных лампах (это понял Андронов), в технологических системах (например, работы Сальникова, Вольтерра), дальше в биохимии (многие работы, ведущиеся в Пущино). А сейчас и в экологии хлынул поток работ по колебательным режимам.

Прекрасное свойство есть у математики. Явление изучается один раз, на том объекте, который «первым созрел» для моделирования, а срабатывает эта модель потом многократно, буквально на всех уровнях.

Заключение

Можно представить себе карту (в идеале Советского Союза, а пока может быть более простых регионов), на которой нарисованы не обычные привычные границы лесотундры или пустынь, а границы математических моделей. Причем эта карта будет в значительной мере, как можно думать, совпадать с привычными нам картами, потому что именно граница лесотундры или других зон совпадает с границей потери устойчивости одной системы и смены ее другой. В математической модели это будет немного полнее.

Вполне реально, хотя это потребует весьма серьезных (в том числе научно-организационных и координационных) усилий и затрат, представить в обозримом будущем и действующую службу моделей — «банк знаний» — как это сейчас все чаще называют. Это значит, что каждая конкретная модель согласована и скоординирована как с подчиненными (более детальными, но и более частными), так и с объемлющими моделями, которые менее детальны, менее точны, но зато позволяют охватить более широкие проблемы.

К тому же современные технические средства позволяют (в принципе) централизованное хранение и развитие системы моделей, при котором потребитель может вызвать любой результат (или даже любую субмодель) на свой терминал по телефонной линии связи.

Стоит еще раз подчеркнуть самое трудное, самое главное — каждая такая частная модель требует минимум двух активно работающих специалистов. Во-первых, профессионала-биолога (геолога, географа, экономиста) для тщательного, продуманного отбора объекта, задачи, во-вторых, профессионала-математика для реализации модели.